

مدرس: افخمی

♦ نکات برجسته درس:

۱- مجموع هملات یک دنباله حسابی از یکی از دو فرمول $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ مقایسه می شوند

♦ نکات برجسته درس:

۲- مجموع هملات یک دنباله هندسی عبارتست از: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

پویش علمی
ماندگارالبرز

مدرس: افخمی

مثال ۱: مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی مضرب شش را بیابید.

$$100 \leq 6k \leq 999 \rightarrow 16 \frac{2}{3} \leq k \leq 166 \frac{2}{3} \rightarrow 17 \leq k \leq 166 \rightarrow \begin{cases} n = 166 - 17 + 1 = 150 \\ a_1 = 6(17) = 102 \\ a_{150} = 6(166) = 996 \end{cases} \rightarrow$$

$$S_{150} = \frac{150}{2}(a_1 + a_{150}) = \frac{150}{2}(102 + 996) = 82650$$

پویش علمی
ماندگار البرز

مثال ۲: جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟

$$a_1 = 1, q = 2, s_n = 255 = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_n = \frac{1 (2^n - 1)}{2 - 1} = 255 \rightarrow 2^n = 256 \rightarrow n = 8$$

مدرس: افخمی



پویش علمی
ماندگار البرز



مدرس: افخمی

$$ax^2 + bx + c = 0$$

روابط بین ریشه‌ها در معادلات درجه ۲:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{جمع ریشه‌ها:}$$

$$P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{ضرب ریشه‌ها:}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \quad \text{فاصله بین دو ریشه:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 \times x_2) = S^2 - 2P \quad \text{جمع مربعات ریشه‌ها:}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 \times x_2)(x_1 + x_2) = S^3 - 3PS \quad \text{جمع مکعبات ریشه‌ها:}$$

پویش علمی
ماندگارالبرز

مدرس: افخمی

روابط بین ریشه‌ها در معادلات درجه ۲:

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2} = \sqrt{x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \quad \text{جمع جذر ریشه‌ها:}$$

فرمولی دیگر برای فاصله بین دو ریشه:

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2} = \sqrt{S^2 - 2P - 2P} = \sqrt{S^2 - 4P}$$

پویش علمی
ماندگارالبرز



مدرس: افخمی

مثال ۳: x', x'' صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشند، نشان دهید:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

پاسخ:

گفت را

$$a(x - x')(x - x'') = a \underbrace{[x^2 - \underbrace{(x' + x'')}_{\text{S}} x + \underbrace{x'x''}_{\text{P}}]}_{\text{S}} = a \underbrace{[x^2 - (-\frac{b}{a})x + \frac{c}{a}]}_{\text{P}} = a \underbrace{[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}]}_{\text{S}} = ax^2 + bx + c$$

خ

مدرس: افخمی

مثال ۴: اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5mx + 8 = 0$ باشند و داشته باشیم $\alpha\beta^2 = -8$ ، مقدار

 m بیابید.

خ

پاسخ:

$$\boxed{1} \quad \alpha\beta^2 = -8 \rightarrow (\alpha\beta)\beta = -8 \rightarrow P\beta = -8 \xrightarrow{P=\frac{c}{a}} \frac{8}{1} \times \beta = -8 \rightarrow \beta = -1$$

$$\boxed{2} \quad P = 8 \rightarrow \alpha\beta = 8 \xrightarrow{\beta=-1} \alpha = -8$$

$$\boxed{3} \quad S = -9 = -\frac{b}{a} = 5m \rightarrow m = -\frac{9}{5}$$

پویش علمی
ماندگار البرز

تشکیل یک معادله درجه دوم با داشتن ریشه‌های آن:

می‌خواهیم معادله درجه دوم بنویسیم که α و β ریشه‌های آن باشد:

$$\alpha(x^2 - Sx + P) = 0$$

بنابراین معادله درجه دوم به دست می‌آید که ریشه‌های آن باشند. (نادرست)



پیش علم
ماندگار البرز





مثال ۵: معادله درجه دومی تشکیل دهید که:

الف) ریشه‌های آن برابر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ باشند. **ب)** یکی از ریشه‌های آن دو برابر دیگری باشد (مسئله چند جواب دارد؟).

پاسخ الف:

$$\begin{cases} S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \\ P = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \end{cases} \rightarrow \underline{x^2 - sx + p = 0} \rightarrow x^2 - x + \frac{2}{9} = 0$$

پاسخ ب:

$$S = \alpha + \beta$$

$$\alpha = 2\beta \rightarrow \begin{cases} S = 3\beta \\ P = 2\beta^2 \end{cases} \rightarrow \underline{x^2 - sx + p = 0} \rightarrow x^2 - 3\beta x + 2\beta^2 = 0$$

$2\beta(\beta)$

مدرس: افخمی

تشکیل یک معادله درجه دوم به کمک معادله درجه دوم دیگر:

اگر بخواهیم معادله درجه دومی تشکیل دهیم که ریشه‌هایش با ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ رابطه مستقیمی داشته باشد، ابتدا جمع و ضرب ریشه‌های معادله جدید یعنی S' و P' را به کمک S و P (جمع و ضرب ریشه‌های معادله اولیه) تشکیل می‌دهیم و سپس با جایگذاری در معادله $x^2 - S'x + P' = 0$ معادله جدید را می‌نویسیم.

پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

مثال ۶: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش دو برابر معکوس ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ باشد.

پاسخ:

۱ فرض کنید α و β ریشه‌های معادله درجه دوم داده شده باشند، در این صورت $S = \alpha + \beta = \frac{3}{2}$ و $P = \alpha\beta = -\frac{1}{2}$

۲ فرض کنید α' و β' ریشه‌های معادله درجه دوم جدید باشند، در این صورت $\alpha' = \frac{2}{\alpha}$ و $\beta' = \frac{2}{\beta}$

$$\frac{\beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha}{\alpha\beta}$$

$$(*) S' = \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = 2 \frac{S}{P} = 2 \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -6, \quad (**) P' = \frac{2}{\alpha} \times \frac{2}{\beta} = \frac{4}{P} = -8$$

۳ $x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 8 = 0$

پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

نوشتن ضابطه سهمی:

$$(x_S = -\frac{b}{2a}, y_S = -\frac{\Delta}{4a})$$

اگر راس سهمی را داشته باشیم:

$$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$$

$$x_1, x_2$$

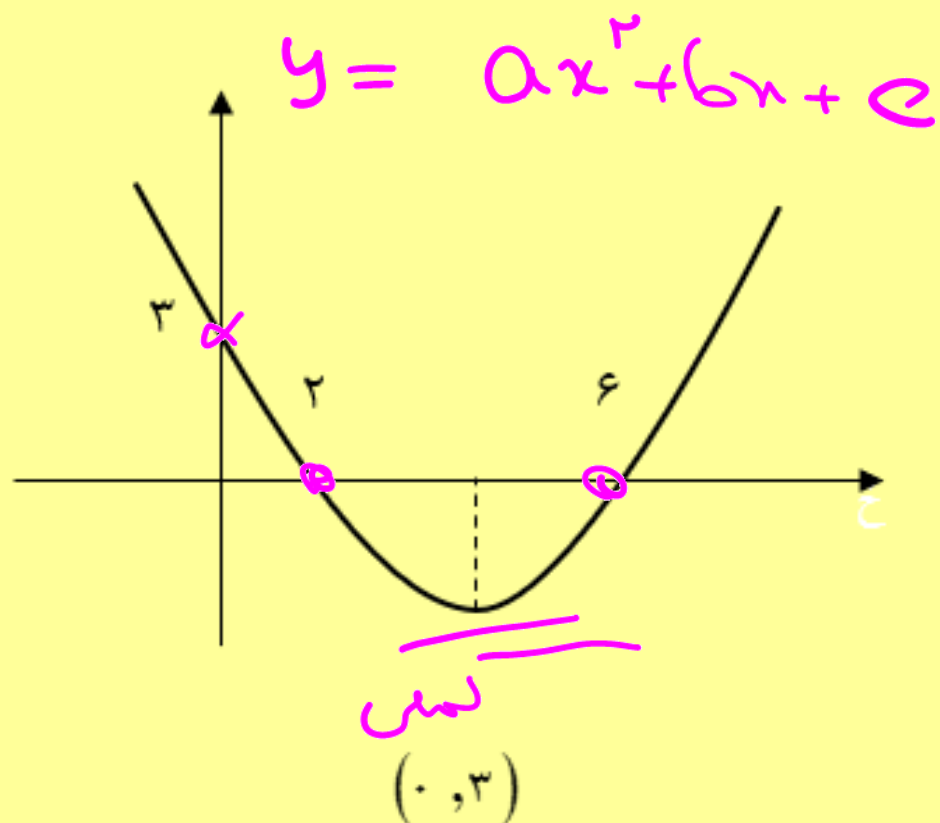
اگر صفرهای سهمی (محل برخورد سهمی با محور طولها) را داشته باشیم:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

خ

برای پیدا کردن a ، سراغ نقطه کمکی خواهیم رفت.پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی



مثال ۷: ضابطه سهمی رو برو را به دست آورید.

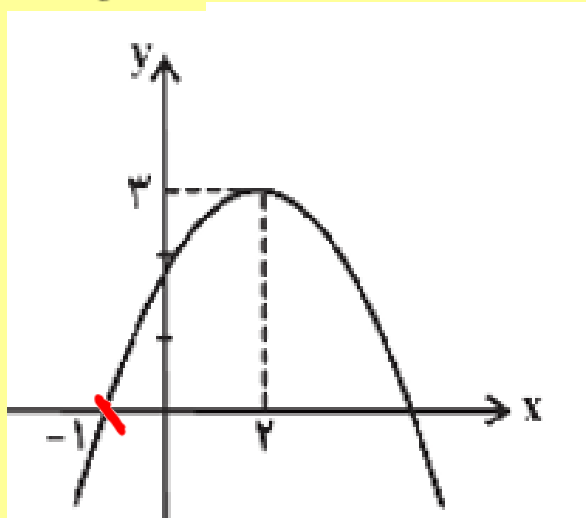
پاسخ:

$$y = a(x - 2)(x - 6) \Rightarrow 3 = a(-2)(-6) \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 6) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$$

پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

 $(2, 3)$

مثال ۸: اگر نمودار سهمی به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را بیابید.

$$x^2 - \Sigma x + 3$$

خ

پاسخ:

$$f(x) = a(x - 2)^2 + 3 \quad \boxed{f(-1) = 0} \rightarrow 0 = 9a + 3 \rightarrow a = -\frac{1}{3} \rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3$$

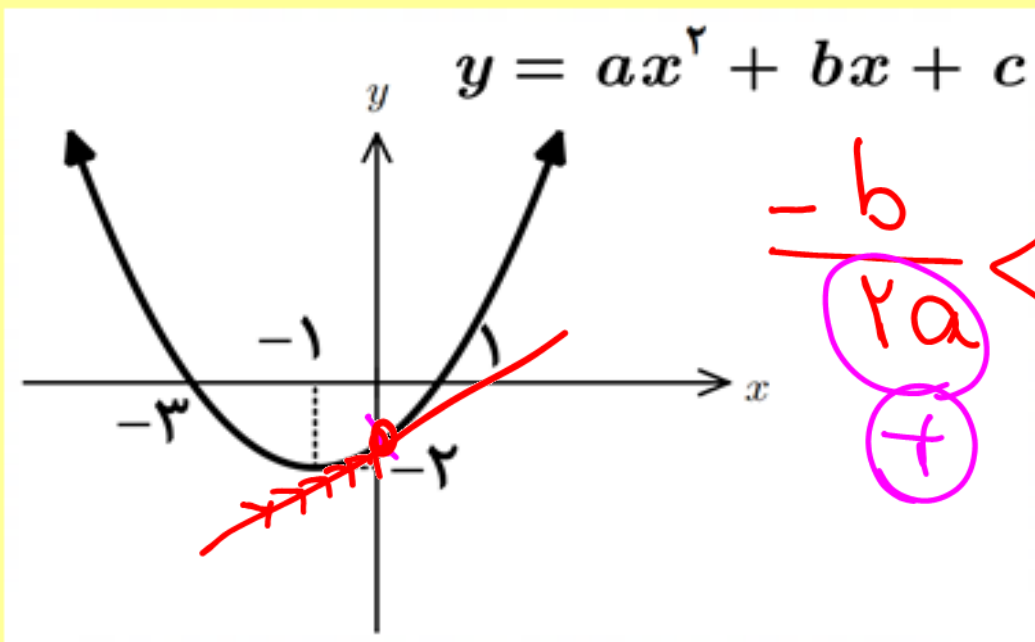
پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

تعیین علامت a ، b و c در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$:

برای تعیین علامت b به کمک نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر خط مماس بر نمودار سهمی روی نقطه $(0, c)$ دارای شیب مثبت باشد، علامت b مثبت است. در غیر این صورت، علامت b منفی است.

مثال ۹: با توجه به شکل مقابل و با ذکر دلیل، علامت‌های a ، b و c را تعیین کنید.



$$\frac{-b}{2a} < 0 \rightarrow -b < 0 \rightarrow b > 0$$

پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

روش هندسی حل معادلات:

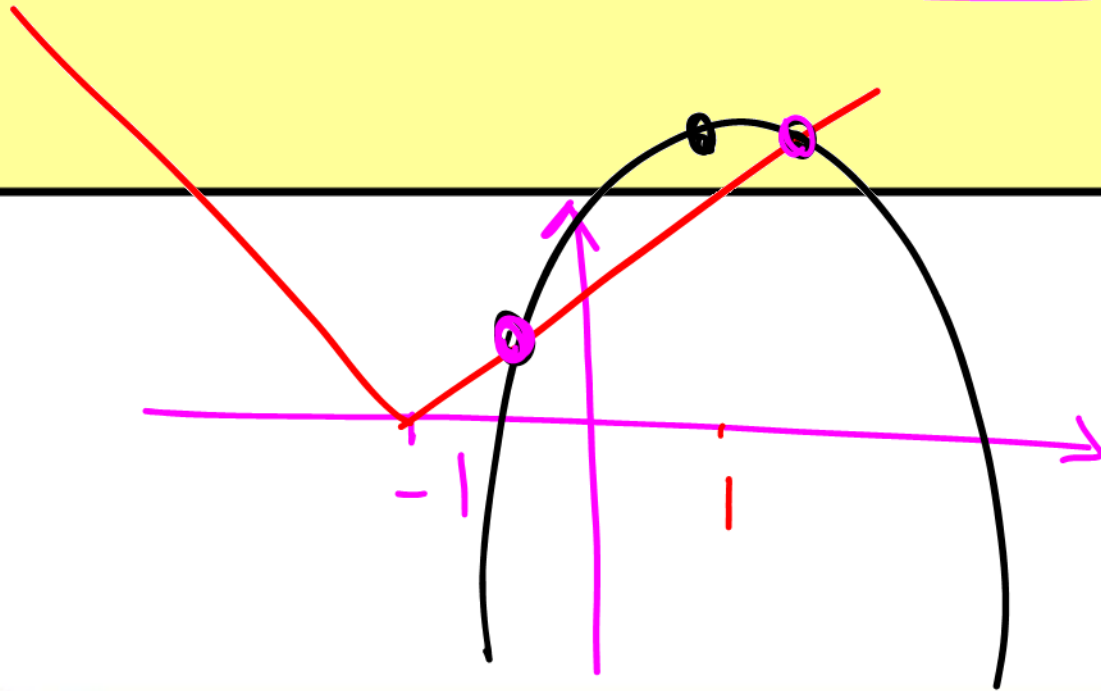
تعداد نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ ، برابر تعداد جوابهای معادله $f(x) = g(x)$ می‌باشد. این روش حل معادله را، که از طریق آن تعداد جواب‌ها و مقدار تقریبی (و گاهی دقیق) جواب‌ها قابل تشخیص است، روش هندسی (نموداری) حل معادلات می‌نامیم.

همیشه جواب دارد
در نظر هست

مدرس: افخمی

مثال ۱۰:

(۴، ۱)

الف) نمودار توابع $f(x) = |x + 1|$ و $g(x) = -(x - 1)^2 + 4$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.ب) با استفاده از قسمت (الف)، به روش هندسی معادله $|x + 1| = -(x - 1)^2 + 4$ را حل کنید.پویش علمی
ماندگار البرز

نکته: برخی از معادلات را می‌توان با تغییر متغیر مناسب و کاهش درجه، به یکی از انواع معادلاتی که می‌شناسیم تبدیل نمود و پس از حل آن و با رجوع به تغییر متغیر، مقادیر مجهول اصلی معادله را یافت.

مدرس: **افخمی**

۴, ۶,



پویش علمی
ماندگار البرز



مدرس: افخمی

مثال ۱۱: معادله $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$ را حل کنید.

$x^2 = a \rightarrow x = \pm\sqrt{a}$

پاسخ:

$$\frac{x^2}{3} - 2 = t \rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \rightarrow (t - 1)(t - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \\ \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{3} = 3 \\ \frac{x^2}{3} = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x^2 = \pm 2\sqrt{6} \end{cases}$$

پویش علمی
ماندگار البرز

معادلات شامل عبارات گویا:

هر معادله شامل عبارات گویا را یک معادله گویا گوییم. برای حل معادلات شامل عبارات گویا، طرفین معادله را در کوچکترین مخرج مشترک عامل‌های موجود در مخرج کسرها (ک.م.م مخرج کسرها) ضرب می‌کنیم، سپس عبارت جبری حاصل را ساده نموده و آن را حل می‌کنیم. دقت نمائید، جواب بدست آمده نباید مخرج‌ها را صفر کند.

$$\frac{(x-5)}{(x-3)(x-5)} + \frac{(x-2)}{(x-5)(x-3)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

کنیم



مدرس: افخمی

مثال ۱۱: معادله $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$ را حل کنید.

پاسخ:

$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{(x-2)^1} = 3 \rightarrow \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2(x-2)}{(x-2)^2} = 3 \rightarrow \frac{1+2x-4}{(x-2)^2} = 3 \xrightarrow{\times (x-2)^2}$$

$$2x - 3 = 3(x-2)^2 \rightarrow 2x - 3 = 3(x^2 - 4x + 4) \rightarrow 2x - 3 = 3x^2 - 12x + 12 \rightarrow$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0 \rightarrow x^2 - 14x + 45 = 0 \rightarrow (x-9)(x-5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{1} = 9 & \text{قانون اول} \\ x = \frac{5}{1} = 5 & \text{قانون دوم} \end{cases}$$

مختصات

پویش علمی
ماندگار البرز

مثال ۱۲: ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین این کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای ماشین A لازم است تا آن به تنهایی انجام دهد؟

پاسخ:

$$A \rightarrow \begin{array}{c} \text{کریست} \\ t_A \\ \text{ساعت} \end{array} \quad \frac{W}{t_A}$$

اگر ماشین A کار را در t_A ساعت این کار را انجام دهد، ماشین B در

خ

$t_A + 15$ انجام می‌دهد. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{t_A + t_B} \Rightarrow \frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_A + 15} = \frac{1}{18} \Rightarrow t_A^2 - 21t_A - 270 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_A = 30 \\ t_A = -9 \end{cases}$$

$(x-30)(x+9)=0$

نتایج
 صحیح
 غلط

نسبت طلایی: این نسبت عددی گنگ است که با حرف یونانی فی نمایش داده می‌شود. مقدار دقیق آن

برابر $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ و مقدار تقریبی آن برابر $\phi = 1/61803398$ است.

مستطیل طلایی: اگر a طول مستطیل و b عرض مستطیل باشد، در مستطیل طلایی داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

مدرس: افخمی



پویش علمی
ماندگار البرز





معادله گنگ: هر معادله که در آن، حداقل یک مجهول زیر رادیکال باشد را یک معادله گنگ یا اصم گوئیم. برای حل این معادلات:

الف: اگر معادله صرفاً شامل یک عبارت رادیکالی باشد، آن عبارت رادیکالی را به یک طرف و بقیه عبارت‌های جبری موجود در معادله را به طرف دیگر معادله برده و سپس، طرفین را به توان فرجه رادیکال می‌رسانیم که رادیکال موجود در معادله حذف و سپس همه عبارت را بک طرف برده و ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم.

دقت کنید: هر زمان برای حل یک معادله، معادله را از حالت اولیه خود خارج می‌کنیم (مثلاً طرفین را به توان فرجه رسانده‌ایم). می‌بایست جواب‌های بدست آمده را در معادله اصلی چک کنیم. ممکن است بعضی از این جوابها در معادله اصلی صدق نکنند.

توجه: در حل معادله گنگ $\sqrt[f]{f(x)} = g(x)$ فرجه زوج، حتماً شرط‌های $g(x) \geq 0$ و $f(x) \geq 0$ را مد نظر قرار دهید.

مدرس: افخمی

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

مثال ۱۳: معادله $\sqrt{x+1} = x-5$ را حل کنید.

پاسخ:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

نمق
↑

$$\sqrt{x+1} = x-5 \xrightarrow{x \geq 5} x+1 = x^2 - 10x + 25 \rightarrow$$

نمق توان ۲

$$x^2 - 11x + 24 = 0 \rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \otimes \\ x = 8 \end{cases}$$

ص ق



پویش علمی
ماندگار البرز



نکته: اگر دو عبارت رادیکالی در معادله داشتید، در دو طرف تساوی، یک معادله رادیکالی را نگهدارید و طرفین را به توان ک.م.م فرجه‌ها برسانید.

مثال ۱۴: معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$ را حل کنید.

پاسخ:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \rightarrow \sqrt{3x+1} = (4 - \sqrt{x+3})^2 \xrightarrow{\nearrow 2}$$

$$3x+1 = 16 + x + 3 - 8\sqrt{x+3} \rightarrow$$

$$2x - 18 = -8\sqrt{x+3} \rightarrow x - 9 = -4\sqrt{x+3} \xrightarrow{\nearrow 2}$$

$$x^2 - 18x + 81 = 16x + 48 \rightarrow$$

$$x^2 - 34x + 33 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 33 \otimes \end{cases}$$

نکته) جمع چند عبارت نامنفی زمانی صفر است که تمامی این عبارت‌ها صفر باشد. بنابراین برای حل معادله‌ای به فرم $a \sqrt[k]{f(x)} + b \sqrt[k]{g(x)} = 0 \ (a, b > 0)$ ، دستگاه $\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$ را حل نمایید.

مدرس: **افخمی**



پویش علمی
ماندگار البرز





نکته: اگر دو عبارت رادیکالی در معادله داشتید، در دو طرف تساوی، یک معادله رادیکالی را نگهدارید و طرفین را به توان ک.م.م فرجه‌ها برسانید.

مدرس: **افخمی**

مثال ۱۴: معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$ را حل کنید.

پاسخ:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \rightarrow \sqrt{3x+1} = 4 - \sqrt{x+3} \xrightarrow{\uparrow 2}$$

$$3x+1 = 16 + x + 3 - 8\sqrt{x+3} \rightarrow$$

$$2x - 18 = -8\sqrt{x+3} \rightarrow x - 9 = -4\sqrt{x+3} \xrightarrow{\uparrow 2}$$

$$x^2 - 18x + 81 = 16x + 48 \rightarrow$$

$$x^2 - 34x + 33 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 33 \otimes \end{cases}$$



مثال ۱۵) معادلات گنگ زیر را حل کنید.

مدرس: افخمی

$$a) \underbrace{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}_{\text{نامنفق}} + \underbrace{\sqrt[4]{x^2 - 1}}_{\text{نامنفق}} = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{x = -1}$$

$x = \pm 1$

$$b) \underbrace{\sqrt{x^2 - 4}}_{\text{زیبع}} + \underbrace{2\sqrt{x}}_{\text{زیبع}} = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{\{\pm 2\} \cap \{0\} = \emptyset}$$

جواب ندارد.

فاصله دو عدد در دستگاه اعداد حقیقی :

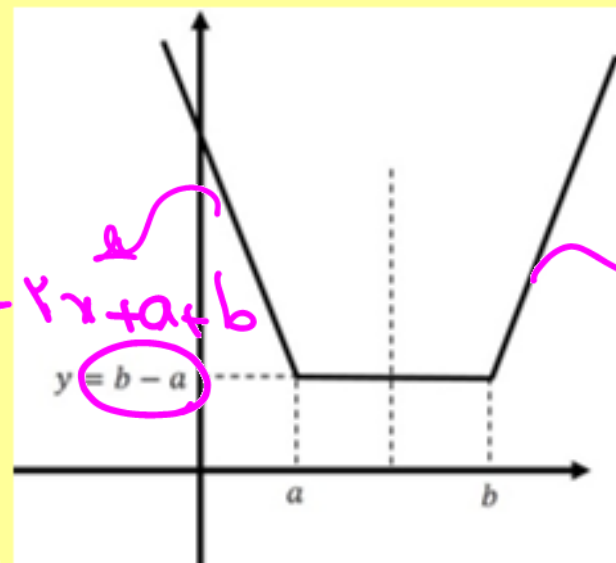
اگر $a, b \in \mathbb{R}$ ، منظور از فاصله a تا b ، عدد $|a - b|$ است.

مثال: نمایش عبارت «فاصله بین x و ۲ برابر ۶ است» با نماد قدر مطلق به صورت $|x - 2| = 6$... است.

$$|a - b|$$

$$|x - 2| = 6$$

توابع گلدانی: نمودار توابع به فرم $y = |x - a| + |x - b|$ که در آن $a < b$ است، تشکیل شده از دو نیم خط مایل و یک پاره خط افقی بین آنها (تابع گلدانی) و داریم:



(الف) در این توابع خط $x = \frac{a+b}{2}$ محور تقارن است.

(ب) برد این توابع عبارتست از: $R_f = [b - a, +\infty)$

(پ) اگر $a = -b$ باشد نمودار این تابع نسبت به محور عرض‌ها متقارن خواهد بود.

مانند: $y = |x + 2| + |x - 2|$

(ت) شاخه مایل سمت راست دارای ضابطه $y = 2x - a - b$ و خط مایل سمت چپ دارای ضابطه

$y = -2x + a + b$ می‌باشد.

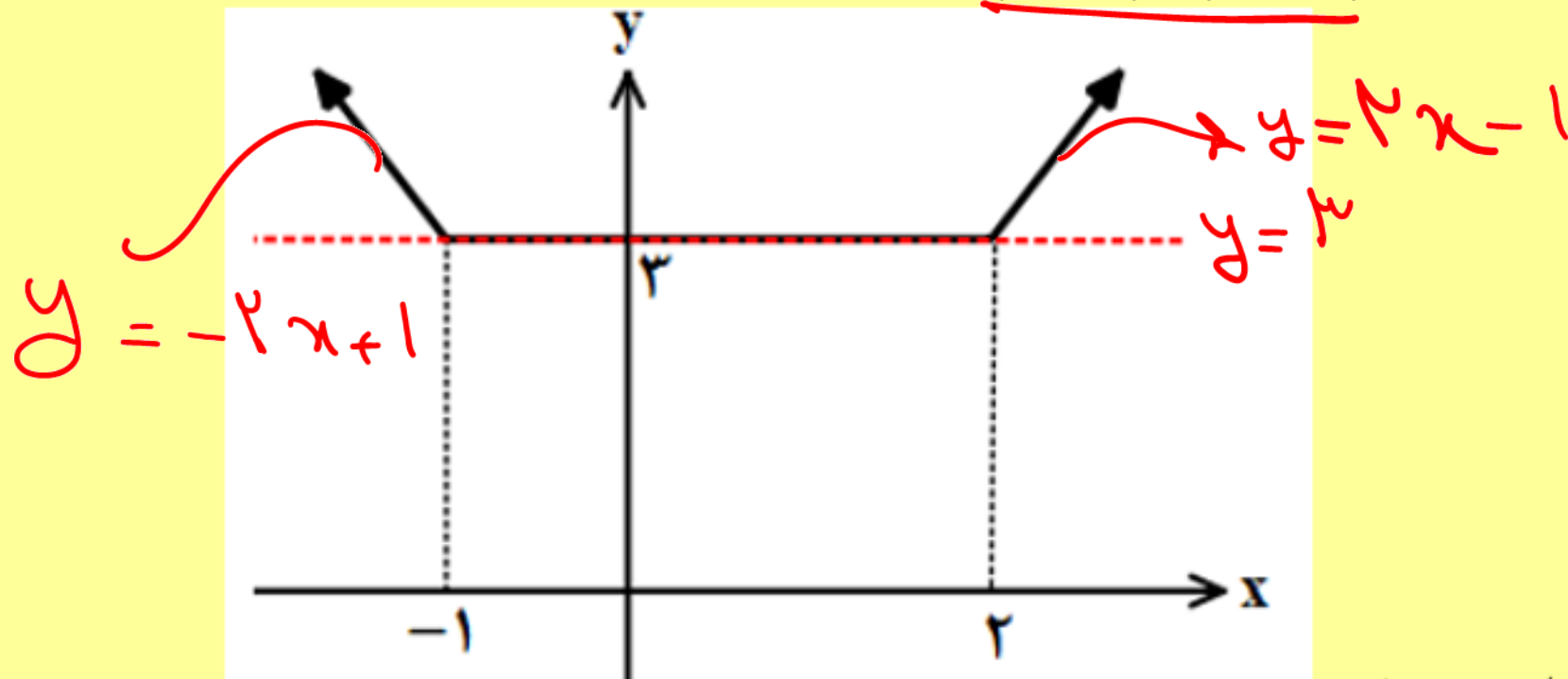
مدرس: افخمی



پویش علمی
ماندگار البرز



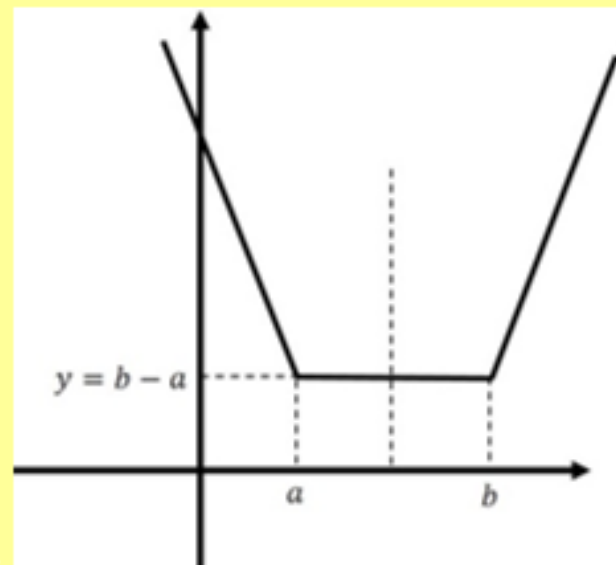
مدرس: افخمی

مثال ۱۶: معادله $|x+1| + |x-2| = 3$ را به روش هندسی حل کنید.

پاسخ: معادله بی شمار جواب دارد.

پویش علمی
ماندگار البرز

توابع گلدانی: نمودار توابع به فرم $y = |x - a| + |x - b|$ که در آن $a < b$ است، تشکیل شده از دو نیم خط مایل و یک پاره خط افقی بین آنها (تابع گلدانی) و داریم:



(الف) در این توابع خط $x = \frac{a+b}{2}$ محور تقارن است.

(ب) برد این توابع عبارتست از: $R_f = [b - a, +\infty)$

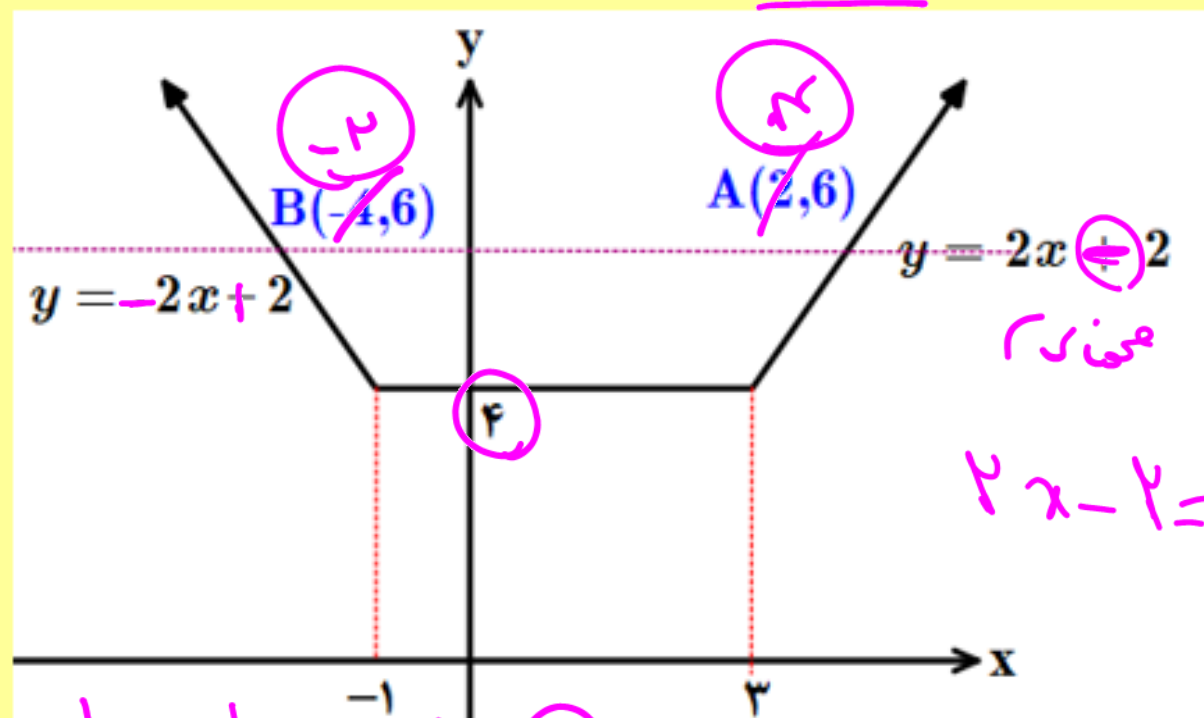
(پ) اگر $a = -b$ باشد نمودار این تابع نسبت به محور عرض‌ها متقارن خواهد بود.

مانند: $y = |x + 2| + |x - 2|$

(ت) شاخه مایل سمت راست دارای ضابطه $y = 2x - a - b$ و خط مایل سمت چپ دارای ضابطه $y = -2x + a + b$ می‌باشد.

مدرس: **افخمی**

مثال ۱۷: بر روی محور طول‌ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله‌های آنها از دو نقطه به طول‌های -۱ ، ۳ روی محور x ها برابر ۶ باشد؟



مختصات

$$2x - 2 = 4 \rightarrow \begin{array}{l} 2x \\ 4 \end{array}$$

پاسخ: نقاط A و B در صفحه مختصات.

$$|x + 1| + |x - 3| = 6$$

$$-2x + 2 = 4$$

مدرس: افخمی



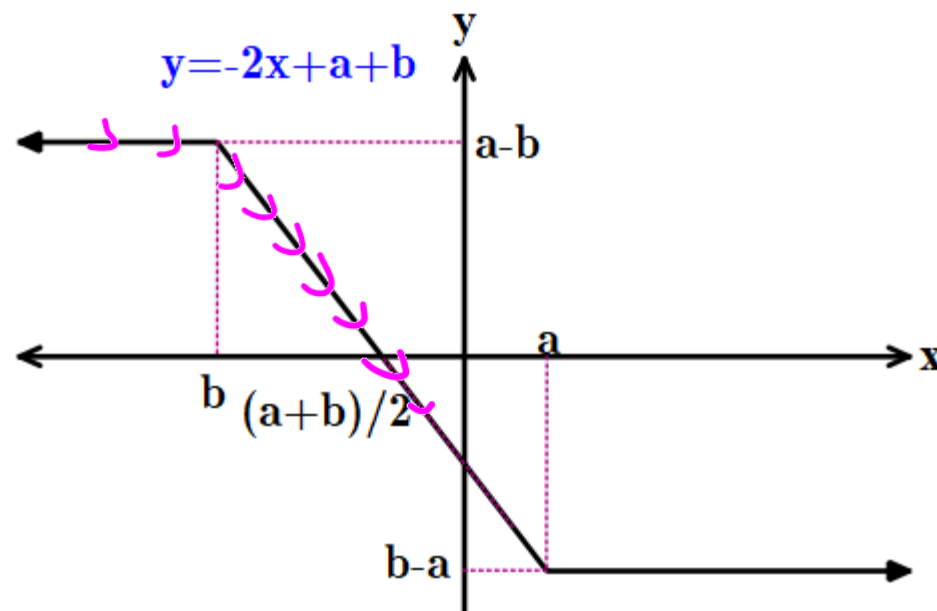
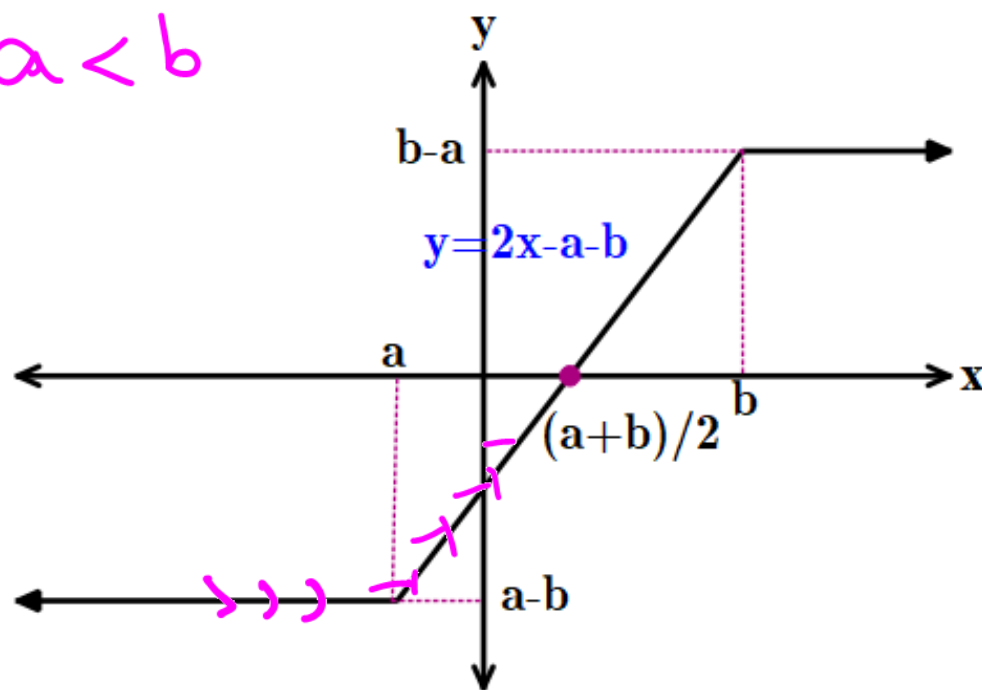
پویش علمی
ماندگار البرز



توابع آبشاری (سرسره‌ای): نمودار توابع بفرم $y = |x - a| - |x - b|$ ، تشکیل شده از دو نیم خط افقی و یک پاره خط مایل بین آنها (سرسره‌ای یا آبشاری) به یکی از شکل‌های زیر است.

$$R = [-(b-a), b-a] \quad a > b \quad [-(a-b), a-b]$$

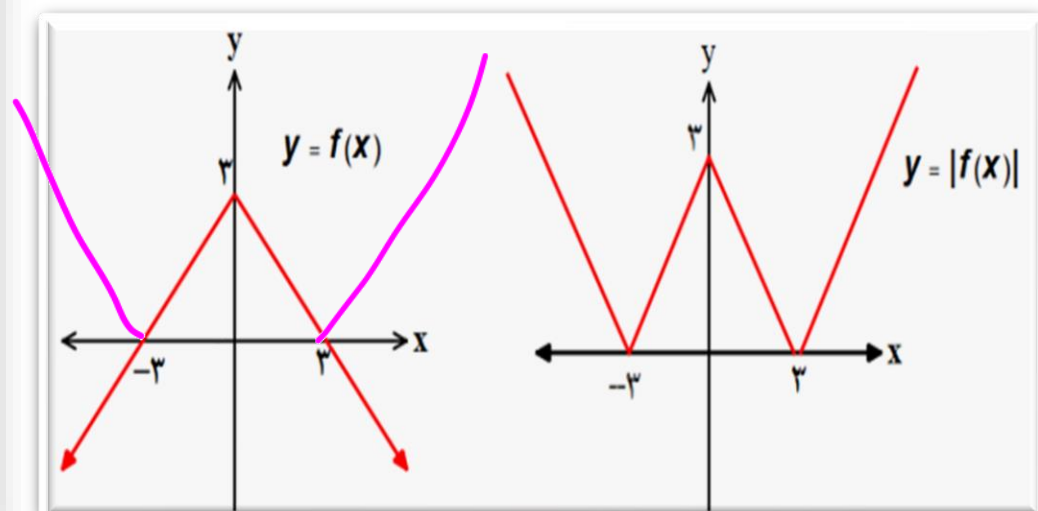
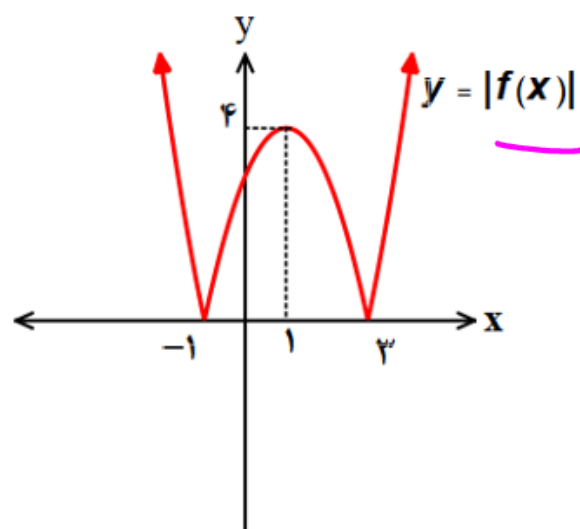
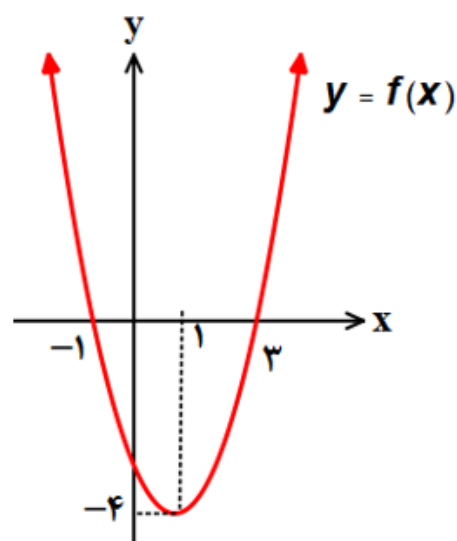
$$a < b$$



مدرس: افخمی

حالات خاص رسم نمودار تابع شامل قدر مطلق:

۱) برای رسم نمودار تابع $y = |f(x)|$ کافی است ابتدا نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم کرده، سپس بخشی از نمودار را که زیر محور طولها واقع شده حذف کرده، قرینه آن را نسبت به محور طولها رسم کنیم.



مدرس: افخمی

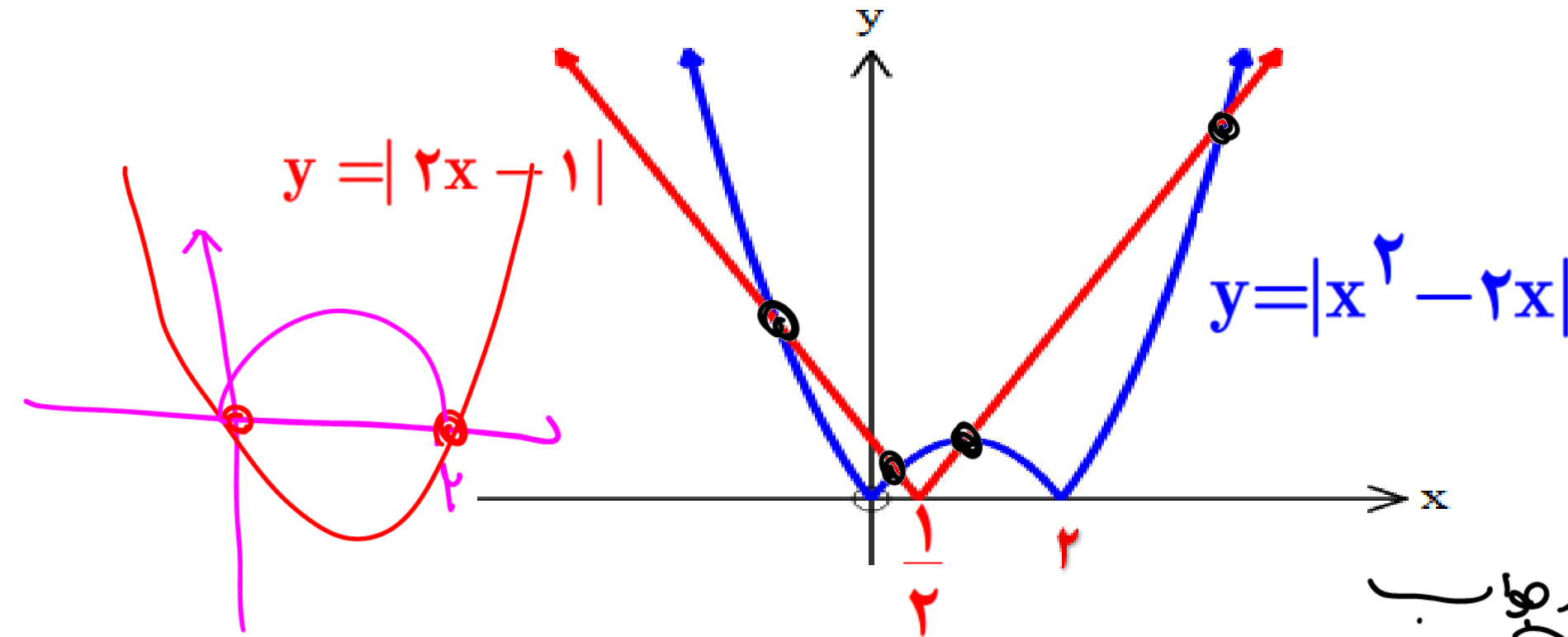
مثال ۱۸: معادله $|x^2 - 2x| = |2x - 1|$ را به روش هندسی حل کنید.



پویش علمی
ماندگار البرز



پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز



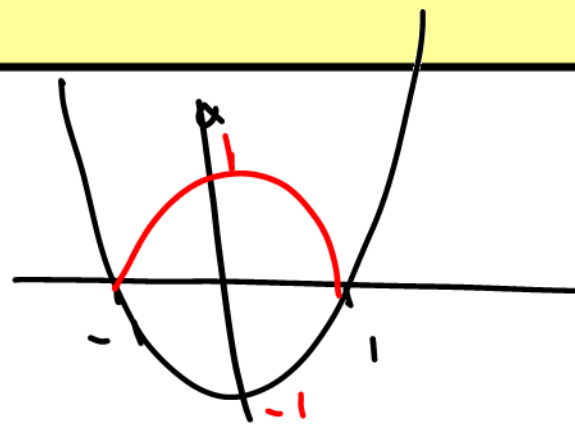
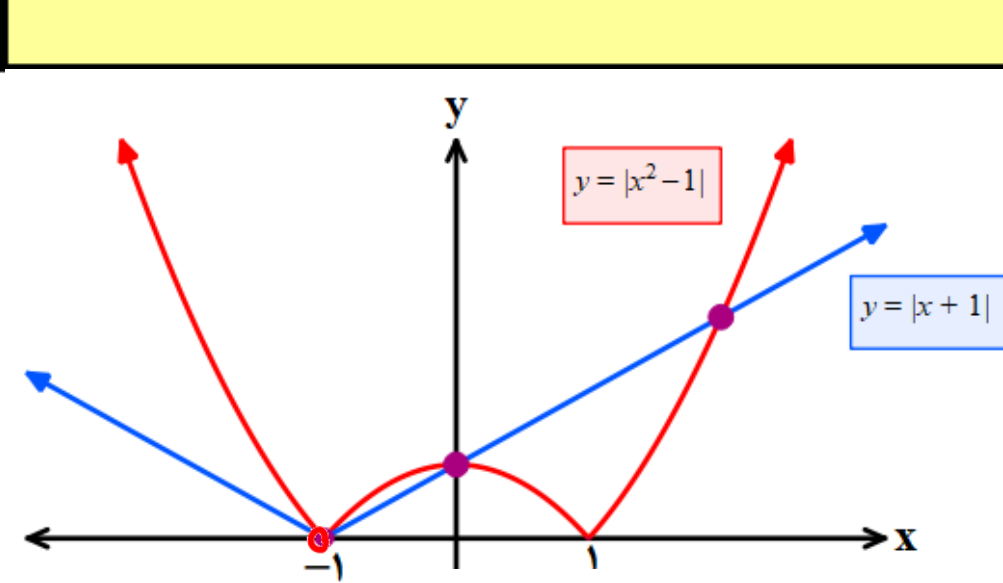
چهار جواب

به روش هندسی، معادله دو جواب دارد.



مدرس: افخمی

مثال ۱۹: معادله $|x^2 - 1| = |x + 1|$ را به دو روش هندسی و جبری حل کنید.



$$|x^2 - 1| = |x + 1| \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - 1 = x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1 \\ x^2 - 1 = -x - 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -1 \end{cases}$$

(x-2)(x+1)

دباج

مدرس: افخمی

$$(\sqrt{A})^2 = A$$

$$\sqrt{(x+3)^2} = |x+3|$$

مثال ۲۰: معادله $\frac{2-x}{\sqrt{x^2+6x+9}} = 1$ را حل کنید.

پویش علمی
ماندگار البرز

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad \frac{2-x}{\sqrt{x^2+6x+9}} = 1 \quad \boxed{\sqrt{x^2+6x+9} = |x+3|}$$

~~$$\sqrt{x^2+6x+9} = 2-x \Rightarrow$$~~

$$\frac{2-x}{|x+3|} = 1 \quad x \neq -3$$

$$2-x = |x+3| \quad \begin{cases} x \leq -3 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$$

$$\begin{cases} x+3 = 2-x \\ x+3 = x-2 \end{cases}$$

~~$$x^2+6x+9 = x^2-4x+4 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$~~

مدرس: افخمی

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت اول) زمانی که هر دو نقطه روی محور طول‌ها (یا عرض‌ها) باشند. در این صورت فاصله بین این دو نقطه از رابطه:

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

به دست می‌آید. به طریق مشابه اگر دو نقطه روی محور عرض‌ها باشند داریم:

$$|AB| = |y_B - y_A|$$



پویش علمی
ماندگار البرز



مدرس: افخمی

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت اول) زمانی که هر دو نقطه روی محور طول‌ها (یا عرض‌ها) باشند. در این صورت فاصله بین این دو نقطه از رابطه:

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

به دست می‌آید. به طریق مشابه اگر دو نقطه روی محور عرض‌ها باشند داریم:

$$|AB| = |y_B - y_A|$$

پویش علمی
ماندگار البرز

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت اول) زمانی که هر دو نقطه روی محور طول‌ها (یا عرض‌ها) باشند. در این صورت فاصله بین این دو نقطه از رابطه:

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

به دست می‌آید. به طریق مشابه اگر دو نقطه روی محور عرض‌ها باشند داریم:

$$|AB| = |y_B - y_A|$$

مدرس: افخمی

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت اول) زمانی که هر دو نقطه روی محور طول‌ها (یا عرض‌ها) باشند. در این صورت فاصله بین این دو نقطه از رابطه:

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

به دست می‌آید. به طریق مشابه اگر دو نقطه روی محور عرض‌ها باشند داریم:

$$|AB| = |y_B - y_A|$$



پویش علمی
ماندگار البرز



مدرس: افخمی

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت دوم) زمانی که اقلای یکی از دو نقطه روی محورهای مختصات واقع نباشد در این صورت فاصله بین دو نقطه A و B از رابطه

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

بدست می‌آید. در حالت خاص، فاصله نقطه A از مبدا مختصات از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت دوم) زمانی که اقلای یکی از دو نقطه روی محورهای مختصات واقع نباشد در این صورت فاصله بین دو نقطه A و B از رابطه

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

بدست می‌آید. در حالت خاص، فاصله نقطه A از مبدا مختصات از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}$$

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

پویش علمی
ماندگار البرز

مدرس: افخمی

فاصله بین دو نقطه:

برای محاسبه فاصله بین دو نقطه، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

حالت دوم) زمانی که اقلای یکی از دو نقطه روی محورهای مختصات واقع نباشد در این صورت فاصله بین دو نقطه A و B از رابطه

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

بدست می‌آید. در حالت خاص، فاصله نقطه A از مبدا مختصات از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

پویش علمی
ماندگار البرز



مثال ۲۱: اگر $A(3, 2)$ و $B(-5, 4)$ دو سر یک پاره خط باشند، معادله عمود منصف پاره خط AB را بیابید.

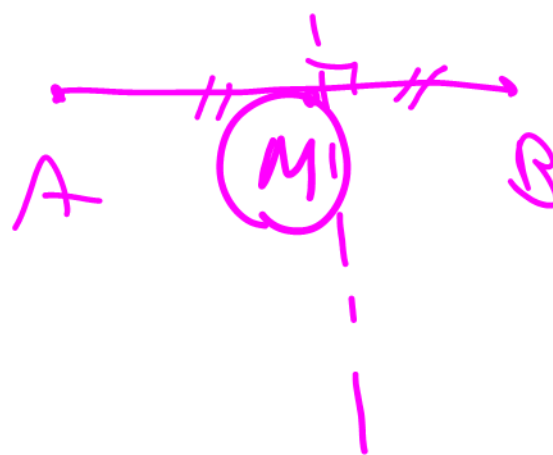
مدرس: افخمی

$$\boxed{1} \quad m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4} \xrightarrow{m_{AB} \times m_d = -1} m_d = 4$$

$$\boxed{2} \quad M\left(\frac{-5+3}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (-1, 3)$$

$y = 4x + 7$

$$\boxed{3} \quad y = 4x + 7$$



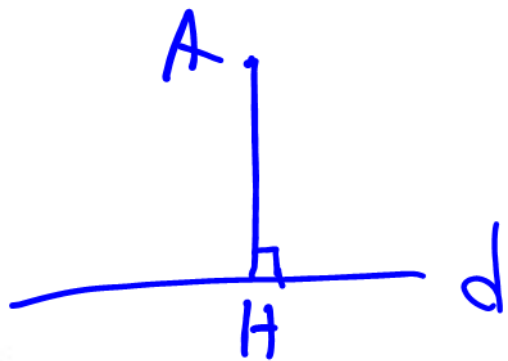
مثال ۲۲: فاصله نقطه $A(1, -4)$ از خط $8x + 6y = k$ برابر ۴ است. مقدار k چقدر است؟

مدرس: افخمی

$$8x + 6y - k = 0$$

$$AH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 4 = \frac{|8 \times 1 + 6 \times (-4) - k|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} \Rightarrow 4 = \frac{|-16 - k|}{10} \Rightarrow 40 = |-16 - k|$$

$$|-16 - k| = 40 \Rightarrow \begin{cases} 16 - k = 40 \Rightarrow k = -24 \\ -16 - k = -40 \Rightarrow k = 24 \end{cases} \quad \Sigma$$



$$Ax + by + C = 0 \quad A(x_1, y_1) \quad d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

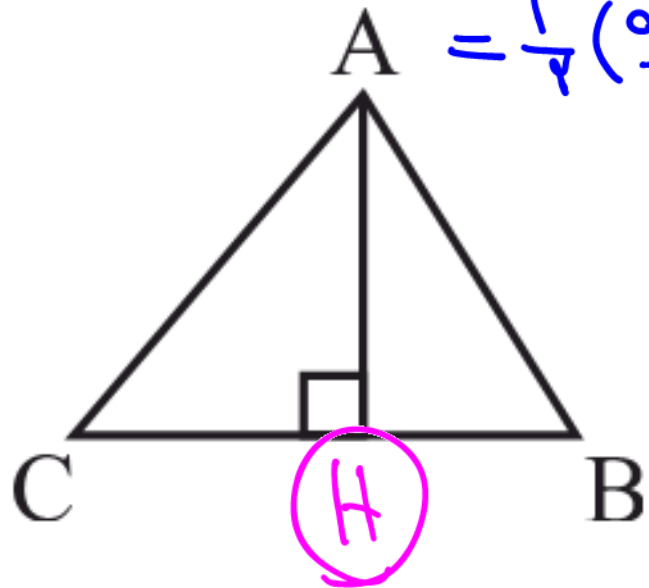
پویش علمی
ماندگار البرز

مثال ۲۳: اگر نقاط سه رأس در مثلثی $C(0, -2)$ ، $B(-1, 0)$ و $A(2, 3)$ باشند، طول ارتفاع AH را به دست آورید.

مدرس: افخمی

$$S = \frac{1}{2} AH \times |BC|$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9\sqrt{5}}{5} \right) (\sqrt{1+4}) = \frac{9}{2}$$



طول ارتفاع AH ، یعنی فاصله A از ضلع BC :

$$m_{AH} = \frac{1}{2}$$

$$m_{BC} = \frac{-2}{1} = -2 \rightarrow y = -2x - 2$$

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$-2x - y - 2 = 0$$

$$AH = \frac{|-2(2) + (3)(-1) - 2|}{\sqrt{4+1} = \sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{5}$$